Actividades resueltas

Proporcionalidad Inversa

Estudiar y Aprender Puente Primaria Secundaria.

Intencionalidad

Que el estudiante diferencie distintos tipos de relaciones entre variables, y como entre estas magnitudes, el cambio aplicado sobre una de ellas afecta directamente al comportamiento de la otra, comportamiento que varía de diferente manera dependiendo si la relación es proporcional de tipo directa o inversa, o lineal no proporcional.

Problema 1

Usando una manguera que vierte siempre el mismo caudal de agua, una pileta tarda 40 horas en llenarse.

a. ¿Cuántas horas tardará en llenarse la pileta si se usan dos mangueras iguales?

b. ¿Y si se usaran 8 mangueras?

Intencionalidad de la actividad

Se presenta una primera situación en la que se aprecia una relación del tipo proporcional, en este caso inversa, la idea es que al realizar el mismo trabajo (constante) la carga de trabajo disminuya al ser repartida entre las mangueras disponibles, el contexto permite que el estudiante relacione de mejor manera la proporcionalidad inversa con la idea de que “a un aumento de n veces sobre una variable le corresponde una disminución a la n-ésima parte de la variable restante”.

Inciso a)

Estrategia 1

Debemos notar que existe una constante en el problema que no se encuentra de manera explícita y esta corresponde a la capacidad de agua de la pileta, si bien no es proporcionada esa información, sí sabemos que la pileta tarda 40 horas en ser llenada por una manguera a ritmo constante, por tanto podemos indicar que la capacidad de la pileta es de 40 unidades aunque dicha unidad es desconocida.

Las 40 unidades necesarias para llenar la pileta, será aquello que se mantiene, por lo tanto este dato será nuestra constante.

Al agregar una manguera que trabaje al mismo ritmo que la manguera inicial, la carga de trabajo se reduce a la mitad para cada una de las mangueras, por lo que para obtener el nuevo tiempo de trabajo debemos dividir la constante entre dos:

$$Tiempo\ de\ trabajo\ para\ 2\ mangueras = \frac{Capacidad\ de\ la\ pileta}{2}$$

$$Tiempo\ de\ trabajo\ para\ 2\ mangueras = \frac{40}{2}$$

$$Tiempo\ de\ trabajo\ para\ 2\ mangueras = 20$$

Por lo tanto, al llenar la pileta con dos mangueras iguales, el trabajo tardará 20 horas.

Estrategia 2

Si bien es una estrategia que se desprende directamente a partir de la estrategia anterior, emplearemos un razonamiento que se trabaja de manera recurrente en la proporcionalidad inversa, en este caso particular donde las magnitudes presentes corresponden a las mangueras y la carga de trabajo de cada una, diremos que “a medida que una de las magnitudes (cualquiera que sea) se duplica, la magnitud restante se reducirá a la mitad”.

Entonces:

$$1\ Manguera\ \Longrightarrow x2\ \Longrightarrow 2\ Mangueras$$

$$40\ horas\ \Longrightarrow :2\ \Longrightarrow 20\ Horas$$

Así, al duplicarse la cantidad de mangueras, entonces la cantidad de trabajo de cada una se divide a la mitad, por lo que solo tardará 20 horas.

Inciso b)

Estrategia 1

De igual manera, si la cantidad de mangueras se aumenta en 8 veces (es decir, de 1 manguera pasamos a 8 mangueras), la carga de trabajo para cada una debe reducirse a la octava parte:

$$Tiempo\ de\ trabajo\ de\ 8\ mangueras = \frac{Capacidad\ de\ la\ pileta}{8}$$

$$Tiempo\ de\ trabajo\ de\ 8\ mangueras = \frac{40}{8}$$

$$Tiempo\ de\ trabajo\ de\ 8\ mangueras = 5$$

Por lo tanto, 8 mangueras deberán trabajar en simultáneo durante 5 horas para llenar la pileta.

Problema 2

En un hotel en el que se encuentran alojados 24 huéspedes cuentan con alimentos suficientes para alimentarlos durante seis días.

a. Si la cantidad de clientes disminuyera a la mitad, ¿para cuántos días alcanzarían los alimentos?

b. Si el total de huéspedes se triplicara, el total de días para los cuales el alimento alcanza, ¿aumentaría o disminuiría? ¿Cuánto?

c. Completá la siguiente tabla.

Cantidad de clientes hospedados en el hotel	1	4	12	24	48
Días para los que alcanza el alimento					

Intencionalidad de la actividad

De igual forma que en el ejercicio anterior se presenta una relación que se pretende trabajar de manera proporcional (del tipo inversa), sin embargo, en la práctica la relación propuesta no corresponde a una relación proporcional, esto debido a que la cantidad de alimentos que necesita una persona depende de una gran cantidad de variables, ahora bien, se podría mejorar un poco el contexto si se especificara que se trata de raciones iguales de comida para cada huésped, de esta forma se entiende que cada huésped ingiere la misma cantidad de alimentos y por tanto, se puede tratar como una relación de proporcionalidad inversa.

Inciso a)

Estrategia 1

En primer lugar, debemos definir las magnitudes presentes en el ejercicio:

Cantidad de alimentos: Permanece constante sin importar la variación de las magnitudes restantes.

Cantidad de clientes
Cantidad de días

Se relacionan de manera inversamente proporcional.

Sin embargo, se debe mencionar que la relación solo será de proporcionalidad inversa si asumimos que cada uno de los huéspedes come exactamente la misma cantidad de comida al día durante toda la estadía.

Pues bien, sabemos que el alimento para 24 huéspedes alcanza para 6 días, ¿Qué sucede entonces si la cantidad de huéspedes se divide a la mitad?

Siguiendo el razonamiento planteado anteriormente, si una de las magnitudes se divide a la mitad, la magnitud restante se debe duplicar, por lo tanto:

$$Días\ de\ alimento\ para\ 12\ huéspedes = 2 \cdot Días\ de\ alimento\ para\ 24\ huéspedes$$

$$Días\ de\ alimento\ para\ 12\ huéspedes = 2 \cdot 6$$

$$Días\ de\ alimento\ para\ 12\ huéspedes = 12$$

Por lo tanto, el alimento para la mitad de los huéspedes alcanzará para el doble de días, es decir, 12 días.

Inciso b)

En el caso particular de que la cantidad de huéspedes se triplique, la magnitud restante, es decir, los días para los que alcanza el alimento deben reducirse a la tercera parte:

Sea x la cantidad de días que rinde el alimento para el triple de huéspedes, entonces:

$$x = \frac{6}{3}$$

$$x = 2$$

Por lo tanto, si la cantidad de huéspedes se eleva hasta 72 huéspedes, el alimento alcanzará para 2 días.

Inciso c)

Estableceremos relaciones entre la variable ya conocida que corresponde a que para 24 huéspedes el alimento alcanza para 6 personas, notemos que 48 clientes corresponden exactamente al doble de 24, y se estableció que, si una de las variables se duplica, la otra debe reducirse a la mitad, de igual manera, se plantea resolver la tabla para 12 huéspedes, siendo ésta la mitad de 24, por lo que la magnitud restante debe duplicarse.

	:4	:3	:2	×2	
Cantidad de clientes hospedados en el hotel	1	4	12	24	48
Días para los que alcanza el alimento	144	36	12	6	3
	×4	×3	×2	:2	

También, podemos notar que los valores restantes en la tabla para la cantidad de huéspedes se pueden relacionar con otros mediante la tercera y cuarta parte de la cantidad siguiente, así, los días para los que alcanzará el alimento se triplicará y cuadruplicará respectivamente.

PROBLEMAS 3, 4 Y 5

Los problemas 3, 4 y 5, corresponden a ejercicios de proporcionalidad inversa en distintos contextos y campos numéricos, podríamos decir, que las intenciones son en primer lugar que el estudiante relacione el producto constante de magnitudes con la constante de proporcionalidad inversa, además se trata como ejercitación, pues el estudiante puede poner en práctica los razonamientos surgidos en los problemas 1 y 2.

Problema 3

Viajando a una velocidad constante de 60 km/h, se realizó un viaje en auto en 40 minutos.

a. La velocidad máxima permitida en el tramo recorrido es de 120 km/h. ¿En cuántos minutos se recorrería la misma distancia, yendo a esa velocidad?

b. Completá la tabla, sabiendo que la distancia a cubrir es siempre la misma.

Tiempo (minutos)	20	30	40	60	80	120
Velocidad (km/h)						

c. ¿El resultado de multiplicar la velocidad por el tiempo correspondiente es el mismo en todos los casos, o cambia? Escribí algunos ejemplos a partir de la tabla del punto anterior.

Inciso a)

Estrategia 1

Notemos que la magnitud constante en el ejercicio corresponde a la distancia recorrida por el auto, si bien no se proporciona, es posible calcularlo debido a que, si se recorren 60 km en 60 minutos a ritmo constante, entonces en 40 minutos de movimiento se deben haber recorrido 40 km (recordando la proporcionalidad directa)

$$\frac{60\,km}{60min} = 1km/min$$

De tal manera que

$$(1km/min)(40min) = 40km$$

Dado que la constante es la distancia, entonces $k = velocidad \cdot tiempo$, por tanto el tiempo será $t = \frac{k}{velocidad}$, de esta manera, al aumentar la velocidad a 120km/h, se tiene que:

$$t = \frac{40km}{120km/h} = \frac{1}{3}hora = 20min$$

O bien, si se quiere trabajar todo en km/min como se hizo en la parte anterior, se tiene que:

$$120km/h = \frac{120km}{60min} = 2km/min$$

Por tanto,

$$t = \frac{40km}{2km/min} = 20min$$

Estrategia 2

Empleando el razonamiento de al doble de una magnitud le corresponde la mitad de la magnitud restante, podemos ver que 120 km/h corresponde al doble de 60 km/h, por lo que la magnitud restante debe dividirse a la mitad, ya que la magnitud restante corresponde al tiempo de viaje, y que a 60 km/h le corresponden 40 minutos de recorrido, a 120 km/h le corresponde un recorrido de 20 minutos.

Inciso b)

Sabiendo que la distancia es siempre la misma, para completar la tabla, emplearemos la estrategia 2 anterior:

Tiempo (minutos)	20	30	40	60	80	120
Velocidad (km/h)	120	80	60	40	30	20

Como podemos notar, siempre que a uno de los elementos de un par se le aplica una multiplicación o división por un valor determinado “k”, al elemento restante se le aplica la operación inversa por el mismo valor “k”, a raíz de esto es que podemos plantear que “a un aumento de “n” veces en una de las magnitudes le corresponde una disminución a la n-ésima parte a la magnitud restante”.

Inciso c)

Sea x el producto de la velocidad por el tiempo:

Caso 1:

$$x = 20 \cdot 120$$

$$x = 240$$

Caso 2:

$$x = 30 \cdot 80$$

$$x = 240$$

Caso 3:

$$x = 40 \cdot 60$$

$$x = 240$$

Como podemos ver (al menos en los primeros tres casos) el producto se mantiene constante, es decir, el producto de ambas magnitudes corresponde a la constante de proporcionalidad en una relación de proporcionalidad inversa.

Problema 4

El área de un paralelogramo, que se calcula multiplicando la medida de su base por la medida de su altura, es de 72 cm². La siguiente tabla contiene algunas posibles medidas para los lados de dicha figura. Completala de forma tal que el área sea la indicada en cada caso.

Base (cm)			6	8			
Altura (cm)	72	24			3	1	0,5

Estrategia 1

Como vimos anteriormente, el área del paralelogramo cuya medida es 72 cm^2, corresponde a la constante de proporcionalidad, la cual se obtiene mediante el producto de las dos magnitudes que intervienen en el problema.

De manera inversa, podemos obtener la magnitud solicitada (sea cual sea en la tabla) mediante el cociente entre la constante de proporcionalidad y la magnitud proporcionada, entonces:

Dada un área de 72 cm^2, al dividir dicho valor entre la altura (72 cm) podemos obtener la medida de la base.

$$Base = \frac{72\ cm^2}{72\ cm}$$

$$Base = 1\ cm$$

Por lo tanto, la medida de la base correspondiente a una altura de 72 cm es de 1 cm.

De igual forma, para una base de 6 cm:

$$Altura = \frac{72\ cm^2}{6\ cm}$$

$$Altura = 12\ cm$$

La altura correspondiente a una base de 6 cm es de 12 cm.

Esta relación entre ambas magnitudes se mantiene sin importar el campo numérico trabajado, por ejemplo, un dato perteneciente al conjunto Q:

Para una altura de 0,5 cm:

$$Base = \frac{72\ cm^2}{0{,}5\ cm}$$

$$Base = \frac{144}{1} cm$$

$$Base = 144\ cm$$

A una altura de 0,5 cm, le corresponde una base de 144 cm.

Base (cm)	1	3	6	8	24	72	144
Altura (cm)	72	24	12	9	3	1	0,5

Problema 5

Se quieren repartir 3 litros de limonada en recipientes que tengan la misma capacidad, llenando cada uno de ellos con la misma cantidad de litros. A partir de esta información, completá la siguiente tabla.

Cantidad de recipientes	2		6	10	12	
Cantidad de limonada por recipiente (litros)		1				$\frac{1}{8}$

Notemos que, para este caso, nuevamente se deja explícita la constante de proporcionalidad, ya que se necesitan repartir 3 litros de limonada, así, debemos dividir la constante de proporcionalidad por la cantidad de recipientes disponibles o bien por la capacidad de cada recipiente dependiendo del caso:

Así, para obtener la cantidad de limonada por recipiente (y), debemos dividir los 3 litros entre 2:

$$y = \frac{3}{2}$$

$$y = 1{,}5$$

Por lo tanto, cada recipiente se deberá llenar hasta los 1,5 litros.

Para recipientes de un litro, sea x la cantidad de recipientes necesarios:

$$x = \frac{3}{1}$$

$$x = 3$$

Se necesitan 3 recipientes de un litro para almacenar la limonada.

De igual forma, para recipientes de un octavo de litro:

$$x = \frac{3}{\frac{1}{8}}$$

$$x = \frac{3 \cdot 8}{1}$$

$$x = 24$$

Así, necesitamos 24 recipientes de un octavo de litro, con lo que la tabla queda armada de la siguiente manera:

Cantidad de recipientes (x)	2	3	6	10	12	24
Cantidad de limonada por recipiente (litros) (y)	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

Intencionalidad

A continuación, se presentan problemas en los que se mantiene una relación entre dos variables, sin embargo, el tipo de relación presentada es diferente en cada caso, podemos ver en primer lugar un problema de proporcionalidad directa, en la que se mantiene constante el cociente entre las magnitudes.

En segundo lugar, nuevamente una relación entre dos variables, en las que se debe mantener constante el producto de las magnitudes que se ponen en juego.

Finalmente un ejercicio de tipo lineal, aunque no proporcional, donde lo que se mantiene constante no corresponde a un cociente directamente obtenido de las magnitudes en juego si no de las diferencias de dichas en un tiempo determinado.

En resumen, para x e y las magnitudes relacionadas:

Relación inversamente proporcional ▼ $y \cdot x = k$ (constante)

Relación directamente proporcional ▼ $\frac{y}{x} = k$

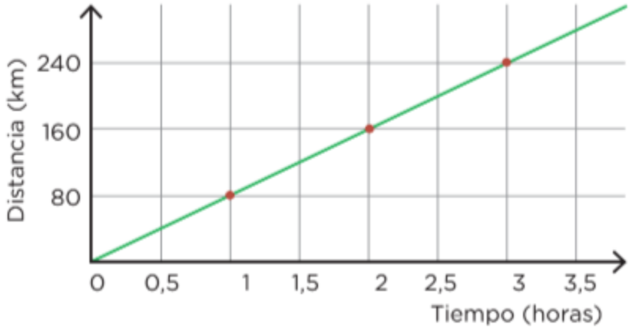
Relación lineal no proporcional ▼ $\frac{y}{k} \neq k$

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = k$ (constante)

REPRESENTACIONES GRÁFICAS

Problema 1

El siguiente es un gráfico aproximado que relaciona la distancia que recorre una moto con el tiempo que transcurre a medida que se desplaza, suponiendo que realiza ese trayecto a velocidad constante.



a. ¿Qué distancia recorre la moto en dos horas? ¿Y en dos horas y media?

b. Suponiendo que la moto se desplazó con la misma velocidad durante 4,5 horas, ¿qué distancia recorrió en total?

c. Completá la siguiente tabla con los datos que puedas extraer y calcular a partir de la información que te brinda el gráfico.

Tiempo (en horas)	1	1,5	2	$2\frac{1}{4}$	3,5		$4\frac{1}{2}$
Distancia recorrida (en km)						320	

d. ¿Qué tipo de relación existe entre las variables que intervienen en este problema? ¿Cómo lo sabés?

Inciso a)

Estrategia 1

Para determinar la distancia que recorre la moto, podemos ver la información proporcionada por el gráfico:

En dicho gráfico, podemos ver que el punto correspondiente a 2 horas de desplazamiento, se encuentra en los 160 km recorridos, (que además corresponde a uno de los 3 puntos explícitamente ubicados en el gráfico), por lo que podemos afirmar que en 2 horas la moto se ha desplazado 160 km, de igual forma, podemos ubicar el punto correspondiente a 2,5 horas ( ) que se encuentra (aproximadamente) en el punto medio entre 240 y 160 km.

Entonces:

$$\frac{160 + 240}{2} = 200$$

En 2,5 horas, la moto ha recorrido 200 km.

Estrategia 2

Para esta estrategia, nuevamente debemos ubicar en el gráfico al menos uno de los puntos, utilizaremos el punto
(2,160) ya que entrega directamente la respuesta a la primera pregunta, por lo tanto, en 2 horas la moto recorre 160 km.

Ahora bien, la moto se desplaza a velocidad constante, por lo que mediante razonamiento inter, podemos decir que, si el tiempo de recorrido se reduce a la mitad, entonces la distancia recorrida también se debe reducir a la mitad:

: 2

Tiempo (en horas)	2	1
Distancia recorrida (kilómetros)	160	80

: 2

Entonces, si repetimos este razonamiento, a media hora de desplazamiento le corresponderá la mitad de la distancia recorrida en una hora.

Tiempo (en horas)	2	1	$\frac{1}{2}$
Distancia recorrida (kilómetros)	160	80	40

Finalmente, mediante razonamiento aditivo compuesto, en el que a la suma de los valores asociados a una de las magnitudes le corresponde la suma de los valores asociados a la magnitud restante, podemos determinar la distancia recorrida en 2,5 horas sumando lo que se recorre en 2 horas y lo que se recorre en 0,5 horas.

\+ =

Tiempo (en horas)	2	1	$\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$
Distancia recorrida (kilómetros)	160	80	40	200

\+ =

Por lo tanto, en 2 horas y media de recorrido, la moto recorre 200 kilómetros.

Inciso b)

De igual manera que en el ejercicio anterior, para determinar la distancia recorrida en 4,5 horas, podemos sumar la distancia recorrida en 2 horas y la distancia recorrida en 2,5 horas, esto es:

$$160\ km + 200\ km = 360\ km$$

Así, en 4 horas y media, la moto recorre 360 kilómetros.

Tiempo (en horas)	2	1	$\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$
Distancia recorrida (kilómetros)	160	80	40	200	360

Inciso c)

Para completar la tabla, se debe recurrir a distintas formas de relacionar los elementos de la tabla, inicialmente, aprovecharemos algunos de los datos calculados anteriormente:

Tiempo (en horas)	1	1,5	2	$2\frac{1}{4}$	2,5	4	$4\frac{1}{2}$
Distancia recorrida (kilómetros)	80	120	160	180	200	320	360

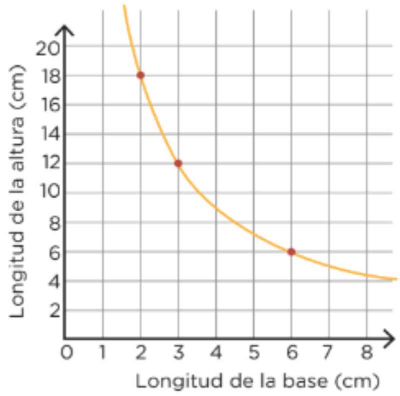
Inciso d)

La relación que existe entre las variables corresponde a una relación de proporcionalidad directa, esto debido a que la distancia recorrida por la moto con relación al tiempo provoca una velocidad constante, esto quiere decir, por un lado que a medida que transcurre el tiempo aumenta la distancia recorrida en la misma proporción. Esta es una característica fundamental de las relaciones proporcionales, sin embargo, la proporcionalidad directa, como se puede observar en las ideas fuerza del material de Proporcionalidad, requiere de reconocer que gráficamente se representa como una línea recta que pasa por el origen (0,0), que puede ser continua o discreta según las magnitudes que estén puestas en juego lo que en este caso, se traduce como haber iniciado con 0 distancia recorrida.

Es importante que se inicie la discusión respecto a estos elementos, con el fin de no generalizar a la razón de cambio constante como característica suficiente para una relación de proporcionalidad directa. En el problema 3, que se encuentra más adelante, se presenta una actividad cuyo valor inicial, precisamente no coincide en el origen, por lo que es posible darle continuidad a la discusión de este problema.

Problema 2

El gráfico que se muestra a continuación representa la relación entre las posibles longitudes de la base y de la altura que debe tener un paralelogramo de 36 cm² de área.



a. Si la longitud de la base de un paralelogramo es de 3 cm, ¿cuál debe ser la longitud de la altura para que el área de la figura sea la indicada?

b. ¿Y si la longitud de la base es de 1,5 cm?

c. Completá la siguiente tabla con los datos que puedas extraer y calcular a partir de la información que te brinda el gráfico.

Longitud de la base (en cm)	1	2	4	6		
Longitud de la altura (en cm)					10	15

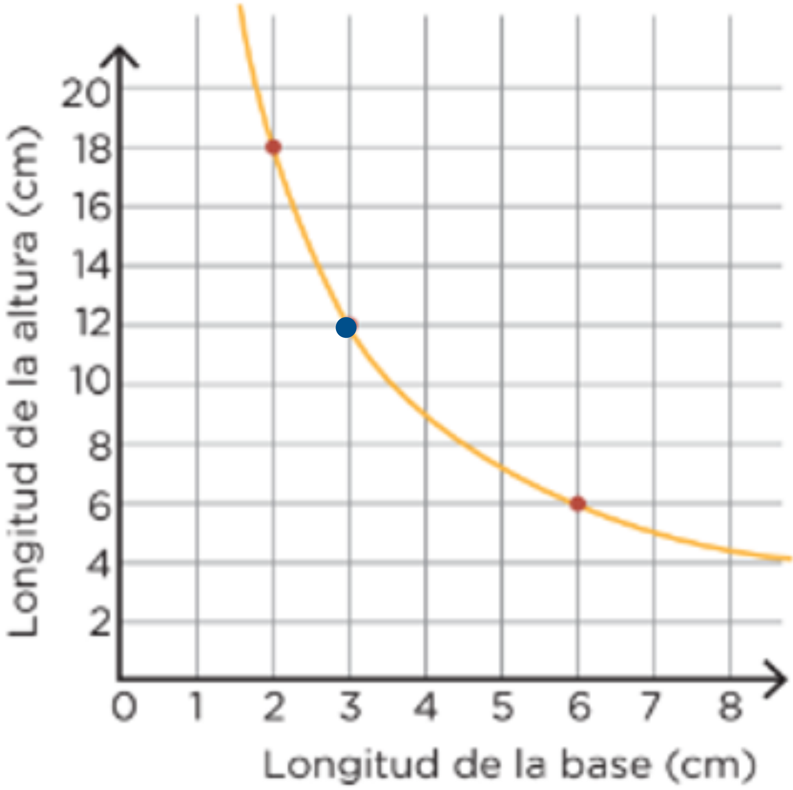
d. ¿Qué tipo de relación existe entre las variables que intervienen en este problema? ¿Por qué?

Inciso a)

Estrategia 1

La primera estrategia para considerar corresponde a realizar un análisis al gráfico proporcionado, ya que la curva representa la longitud que debe tener la altura de un paralelogramo para cada base propuesta en virtud de mantener el área del paralelogramo.

En particular se destacan 3 valores en el gráfico, uno de los cuales representa la altura correspondiente a una base de 3 cm, el gráfico adjunto se ha resaltado ( ), el punto correspondiente a la base de 3 cm, en la que podemos ver que las coordenadas de dicho punto son (3,12) por lo que la altura que debe tener un paralelogramo de base 3 cm debe ser de 12 cm, para mantener el área de 36 cm^2 .



Estrategia 2

Sabemos que el área de un paralelogramo se calcula como el producto de la base por la altura, por lo que podemos plantear una ecuación en la que podamos despejar la altura para conocer su valor:

Sea x la altura del paralelogramo:

$$36\ cm^2 = 3\ cm \cdot x$$

Al despejar la incógnita:

$$\frac{36\ cm^2}{3\ cm} = x$$

Así, al realizar la división obtenemos que la altura debe ser de 12 cm para mantener constante el área del paralelogramo.

Inciso b)

Ya que la altura corresponde a 1,5 cm de base no está de manera explícita en el gráfico mediante uno de los puntos de color rojo, se optará por la estrategia 2 presentada anteriormente:

Sea x la altura del paralelogramo:

$$36\ cm^2 = 1{,}5\ cm \cdot x$$

Al despejar la incógnita:

$$\frac{36\ cm^2}{\frac{3}{2}\ cm} = x$$

$$\frac{36 \cdot 2\ cm}{3} = x$$

$$24\ cm = x$$

Por lo tanto, la altura corresponde a 24 cm.

Inciso c)

Estrategia 1
Podemos completar la tabla mediante una combinación de estrategias, en primer lugar, podemos hacer un análisis de la información presentada en el gráfico, completamos dos valores correspondientes a bases de 2 y 6 cm las cuales están resaltadas en el gráfico mediante puntos de color rojo, estas alturas son 18 y 6 cm respectivamente.

Además, podemos establecer relaciones entre las variables ya conocidas anteriormente, sabiendo que en una relación de proporcionalidad inversa si una de las magnitudes, por ejemplo, se duplica, la otra debe reducirse a la mitad, esto es:

- 1 corresponde a la mitad de 2, por lo que la altura correspondiente a 1 cm debe ser el doble de la altura correspondiente a 2 cm.

- 4 corresponde al doble de 2, por lo que la altura correspondiente a 4 cm debe ser la mitad de la altura correspondiente a 2 cm.

Longitud de la base (en cm)	1	2	4	6	3,6	2,4
Longitud de la altura (en cm)	36	18	9	6	10	15

Finalmente, para las alturas de 10 y 15 cm, podemos recurrir a la constante de proporcionalidad, con lo que las bases correspondientes se pueden calcular mediante el cociente entre la constante y las alturas proporcionadas en cada caso:

Para una altura de 10 cm:

Sea x la base del paralelogramo:

$$36\ cm^2 = 10\ cm \cdot x$$

Al despejar la incógnita:

$$\frac{36\ cm^2}{10\ cm} = x$$

$$3{,}6\ cm = x$$

Así, la base correspondiente a una altura de 10 cm debe ser de 3,6 cm.

Para una altura de 15 cm:

Sea x la base del paralelogramo:

$$36\ cm^2 = 15\ cm \cdot x$$

Al despejar la incógnita:

$$\frac{36\ cm^2}{15\ cm} = x$$

$$2{,}4\ cm = x$$

Así, la base correspondiente a una altura de 15cm debe ser de 2,4 cm.

Inciso d)

La relación que existe entre las variables es de proporcionalidad inversa, debido a que se mantiene una constante de proporcionalidad que surge del producto entre las dos magnitudes relacionadas.

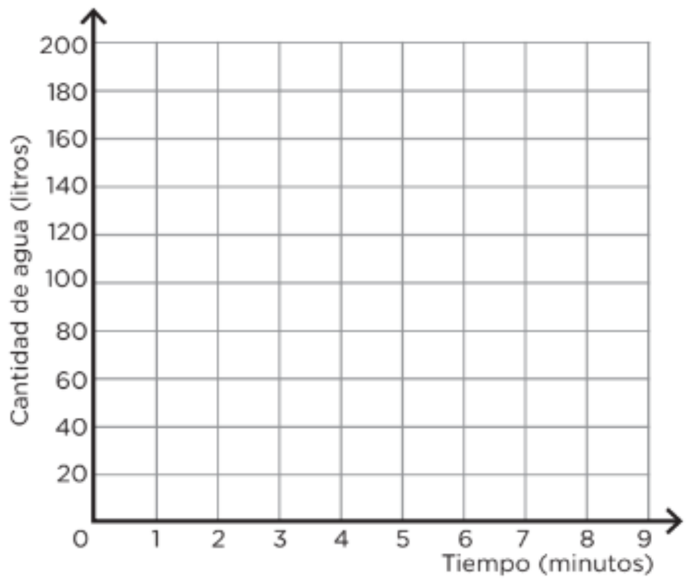
Problema 3

Una pileta pequeña tiene una capacidad máxima de 200 litros de agua. En un determinado momento se decide llenarla con una manguera que vierte 20 litros de agua por minuto de manera constante.

a. Completá la tabla sabiendo que la pileta contaba con 40 litros de agua antes de que comience el proceso de llenado.

Cantidad de agua en la pileta (litros)						
Tiempo (minutos)	0	1	2	5	6	8

b. En el siguiente sistema de ejes cartesianos, realizá un gráfico a partir de los datos que te proporciona la tabla del punto **a**.



c. ¿Qué tipo de relación existe entre las variables que intervienen en este problema? ¿Por qué?

Inciso a)

Posible error:
Dada la característica de un llenado a ritmo constante, un posible error al resolver el ejercicio corresponde a recurrir a relaciones entre variables particularmente la cantidad de agua en la pileta, dado que, si bien la pileta se llena a ritmo constante, la cantidad de agua en la pileta con respecto al tiempo es una relación no proporcional, esto se debe a que la pileta ya contaba con agua al iniciar el llenado, por lo que por ejemplo, al doble de tiempo transcurrido no corresponde un

aumento al doble en la cantidad de agua. En este problema, es necesario que el o la estudiante confronte un argumento que posiblemente haya construido para el problema 1: la razón de cambio constante como característica de la proporcionalidad directa, que es una característica necesaria pero no suficiente. En este caso, se trata de una relación lineal, aunque no proporcional.

Estrategia 1

Dicho lo anterior, debemos notar que si existe una magnitud que se mantiene proporcional en el ejercicio, aunque no sea explícita, y esta es, el volumen de agua que se aumenta con relación al tiempo:

La pileta contiene 40 litros de agua antes de empezar a llenarla, por lo que podemos completar el primer valor de la tabla:

Cantidad de agua en la pileta (litros)	40	60	80	140	160	200
Tiempo (minutos)	0	1	2	5	6	8

Una información relevante, se entre cuando se afirma que la manguera vierte 20 litros de agua por minuto de manera constante, éste si corresponde a un crecimiento proporcional, por lo que, si en 1 minuto se vertieron 20 litros de agua, en 2 minutos se vierten el doble de litros, es decir, 40 litros, sin embargo, a estos valores se les debe adicionar la cantidad inicial de agua, por lo que:

La cantidad de agua en la pileta en un minuto es igual a la cantidad inicial de agua sumado a 20 litros vertidos en un minuto.

$$V(1) = 40 + 20$$

$$V(1) = 60$$

Por otra parte, la cantidad de agua en 2 minutos corresponde a la cantidad inicial de agua sumado a 40 litros de agua vertidos en 2 minutos, o bien, corresponde a la cantidad de agua en la pileta en 1 minuto sumado a 20 litros extras vertidos en un minuto:

$$V(2) = 40 + 40$$

$$V(2) = 80$$

También:

$$V(2) = V(1) + 20$$

$$V(2) = 60 + 20$$

$$V(2) = 80$$

Ya que el aumento del volumen de agua es proporcional, si el tiempo se multiplica por 5, la cantidad de agua vertida debe también multiplicarse por 5, por lo tanto, si en 1 minuto se vierten

20 litros, en 5 minutos, se verterán 100 litros de agua, además, debemos considerar los 40 litros iniciales:

$$V(5) = 40 + (5 * 20)$$

$$V(5) = 40 + 100$$

$$V(5) = 140$$

De igual forma, podemos proceder para calcular la cantidad de agua correspondiente a 6 minutos y 8 minutos.

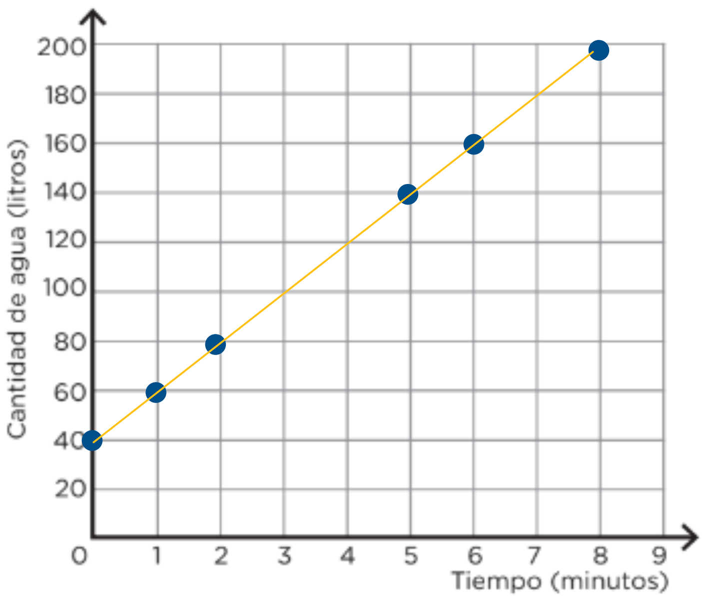
+(5·20)

+20 +20 +20 +2·20

Cantidad de agua en la pileta (litros)	40	60	80	140	160	200
Tiempo (minutos)	0	1	2	5	6	8

Inciso b)

Ubicamos los puntos obtenidos en el inciso anterior en el gráfico, siendo los valores de tiempo los ubicados en el exe X y los valores del volumen de agua correspondientes al eje Y.



Inciso c)

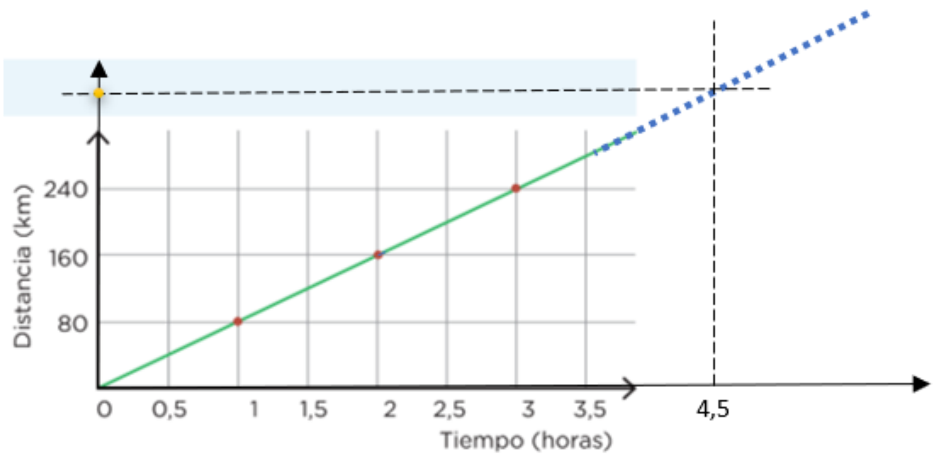
Notemos que la línea que representa el aumento de volumen de agua corresponde a una línea recta, esto es debido a que el agua aumenta a ritmo constante, lo que resulta en una relación lineal no proporcional.

Enfoque desde Función lineal

Dentro del documento *Función lineal* de la Colección Matemática en Red (2024), se habla de cómo aunque esta noción se aborda plenamente en el nivel secundaria, es en la educación primaria cuando se construyen los aspectos básicos para su desarrollo, particularmente en este material se trata de actividades que nos permiten construir un puente entre la representación gráfica de lo proporcional y el trabajo gráfico con la variación uniforme, puesto que permite la transición entre las cantidades discretas (golosinas, paquetes, bolsas, galletas, etc.) y las cantidades continuas (agua, longitud, volumen, etc.).

En el problema 1, a diferencia del enfoque desde lo proporcional, más que la lectura directa de datos puntuales que representan una relación de proporcionalidad directa, nos interesa que las y los estudiantes reconozcan la relación entre las variables distancia y tiempo que, además de ser constante (la distancia recorrida aumenta en la misma medida que el tiempo) nos permite realizar estimaciones futuras, como en la pregunta del inciso b, ¿qué distancia recorrió a las 4,5 h?, puesto que este dato no se encuentra a través de una lectura directa del gráfico sino que es producto de una estimación a partir de los datos previos.

La siguiente estrategia, es un ejemplo de cómo la gráfica como representación de una función puede ser una herramienta para explorar las relaciones entre cantidades ya que, prolongar la gráfica para estimar la distancia recorrida a las 4,5 horas requiere de reconocer que la relación entre las variables continuará siendo constante, es decir, requiere de una comprensión global de la gráfica.



Adicionalmente el problema 2, profundiza en el análisis coordinado entre representaciones, es decir, no sólo una lectura directa de los datos de la gráfica sino un análisis conjunto entre puntos y el comportamiento global. Como se puede consultar en el material de *Función lineal*, este tipo de trabajo con las representaciones nos permite en principio, desarrollar aspectos básicos del razonamiento covariacional, que es fundamental en el trabajo con las funciones.

Finalmente, el problema 3 posibilita un puente entre la noción de razón de cambio constante y variación lineal, puesto que, es usual que en las situaciones de proporcionalidad directa se enfatice el valor de la constante de proporcionalidad, sin embargo, en este problema el aumento de las variables es constante, aunque esta no sea una situación de proporcionalidad directa, sino una relación lineal no proporcional del tipo y=mx+b.

En el material de Función lineal, se explica cómo el trabajo con las representaciones es articulado en conjunto con la interpretación de las condiciones de la situación estudiada, es por ello que iniciar la reflexión con las y los estudiantes en torno a los efectos que tienen dichas condiciones en las representaciones es fundamental y esta actividad es un ejemplo de ello.