Actividades resueltas
Ficha didáctica para Nivel Secundario, Formación General, 1º año .

¿Cuándo dos cantidades se relacionan
en forma directamente proporcional?

ACTIVIDAD 1

1. Elisa está preparando alfajores para el cumpleaños de Joaquín. Cada 3 personas, hizo 12 alfajores. Completen la siguiente tabla con los datos que faltan:

Cantidad de personas	3	2	5	10	12	7	24
Cantidad de alfajores	12						

a. ¿Qué dato les sirve para calcular la cantidad de alfajores para 24 personas? ¿Hay una única posibilidad? ¿Por qué?
b. Con los datos de las dos primeras columnas, ¿cómo completarían la tabla?

Intencionalidades
En primer lugar, se resalta el hecho de que no se dan de manera "ordenada" las cantidades de personas, lo cual hace énfasis en la necesidad de revisar la relación entre las magnitudes que se están poniendo en juego: cantidad de personas y cantidad de alfajores. Asimismo, el campo numérico con el cual comienza a trabajarse es con los números naturales lo que brinda una apertura a la participación por parte del estudiantado a dar posibles respuestas.

1. … Completen la siguiente tabla con los datos que faltan:

Cantidad de personas	3	2	5	10	12	7	24
Cantidad de alfajores	12	8	20	40	48	28	96

Existen diferentes estrategias para dar respuesta y completar la tabla propuesta:

- **Estrategia 1: reducción a la unidad**

  Con base en la relación brindada, se puede consultar cuántos alfajores se harán para una persona. Entonces, se realizará $12\ alfajores \div 3\ personas$, lo cual nos da como resultado que se darán 4 alfajores por cada persona. De allí, pueden obtenerse la cantidad de alfajores que se necesitarán para cada cantidad de personas (razonamiento multiplicativo).

$2 \cdot 4 = 8$	$5 \cdot 4 = 20$	$10 \cdot 4 = 40$	$12 \cdot 4 = 48$	$7 \cdot 4 = 28$	$24 \cdot 4 = 96$

- **Estrategia 2: relaciones entre magnitudes**

  Con base en la relación brindada y considerando la estrategia anterior, se puede saber que para una persona corresponden 4 alfajores, entonces, para 2 personas, serán 8. En este momento, en vez de continuar realizando las relaciones multiplicativas con la constante de proporcionalidad (4), pueden realizarse relaciones entre las magnitudes usando el razonamiento aditivo o multiplicativo, según sea conveniente:

  La cantidad de alfajores que se necesitan para 3 personas más la cantidad de alfajores que se necesitan para 2 personas, es igual a la cantidad de alfajores que se necesitan para 5 personas (razonamiento aditivo compuesto).

  La cantidad de alfajores que se necesitan para 2 personas más la cantidad de alfajores que se necesitan para 10 personas, es igual a la cantidad de alfajores que se necesitan para 12 personas (razonamiento aditivo compuesto).

  La cantidad de alfajores que se necesitan para 2 personas más la cantidad de alfajores que se necesitan para 5 personas, es igual a la cantidad de alfajores que se necesitan para 7 personas (razonamiento aditivo compuesto).

  El doble de la cantidad de alfajores que se necesitan para 5 personas es igual a la cantidad de alfajores que se necesitan para 10 personas (razonamiento inter).

Cantidad de personas	3	2	5	10	12	7	24
Cantidad de alfajores	12	8	20	40	48	28	96

a. ¿Qué dato les sirve para calcular la cantidad de alfajores para 24 personas? ¿Hay una única posibilidad? ¿Por qué?

x 4 x 2

Cantidad de personas	3	2	5	10	12	7	24
Cantidad de alfajores	12	8	20	40	48	28	96

x 4 x 2

Tal como se ha visto en la actividad anterior de completar la tabla, las estrategias para obtener el valor de 24 son diversas. La intención es mostrar que no hay una única posibilidad de encontrar la cantidad de alfajores para 24 personas. La respuesta del porqué tiene que ver con la estrategia utilizada, todas válidas. Algunas más complejas que otras, pero la selección de cuál usar dependerá del estudiantado.

- **Estrategia 3: regla de tres simple**

Con base en la relación que brinda la primera columna, cada tres personas se harán 12 alfajores, se plantea la pregunta, ¿cuántos alfajores habrá que hacer para 2 personas?

$$3\ personas \_\_\_\_ 12\ alfajores$$

$$2\ personas \_\_\_\_ x = \frac{2\ personas \cdot 12\ alfajores}{3\ personas} = 8\ personas$$

b. Con los datos de las dos primeras columnas, ¿cómo completarían la tabla?

La intención radica en que el estudiantado describa de manera verbal qué hicieron para completar la tabla. Si bien pueden completar únicamente con valores, esta pregunta enfatiza en la descripción de acciones y argumentación de lo que han realizado.

Pista: *Recuerden que si dos cantidades se relacionan de manera directamente proporcional se cumple que al doble de una de las cantidades le corresponde el doble de la otra cantidad; al triple de una le corresponde el triple de la otra; las cantidades siguen aumentando o disminuyendo, pero mantienen la misma proporción.*

Para esta actividad se brinda una pista, la cual debe especificar que es para valores de constantes de proporcionalidad positivas. Veremos, más adelante, qué ocurre cuando la constante de proporcionalidad es negativa.

ACTIVIDAD 2

2. Con $\frac{1}{2}$ kilo de dulce de leche se pueden rellenar y decorar dos tortas de chocolate. Completen la siguiente tabla con los datos que faltan:

Cantidad de tortas	2	8		20	25		
Cantidad de dulce de leche (kg)	$\frac{1}{2}$		$\frac{14}{4}$			8	10

a. ¿Cuántas tortas se pueden rellenar y decorar con $\frac{14}{4}$ kilos de dulce de leche? ¿Alcanzan 1 kilo y $\frac{3}{8}$ de dulce de leche para 6 tortas? ¿Por qué?

b. ¿Cómo determinan la cantidad de dulce de leche para 25 tortas? ¿Qué columnas de la tabla les sirven para completarla? ¿Por qué?

c. Y, para determinar la cantidad de tortas para 10 kg de dulce de leche, ¿qué datos de la tabla pueden considerar?

Intencionalidades

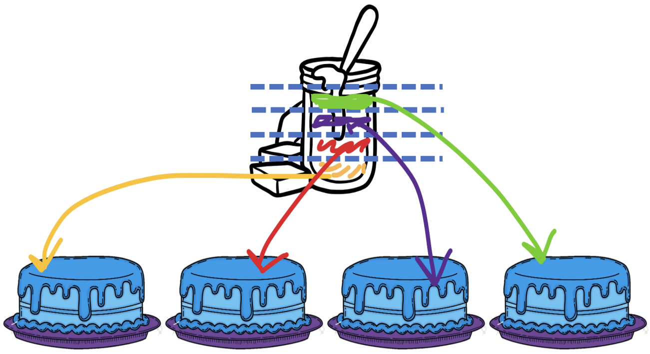
En este caso, el campo numérico con el cual se trabaja es diferente: números racionales en su expresión fraccionaria. Por tanto, puede suceder que un grupo de estudiantes realice afirmaciones del tipo “ahora sí, ya no entiendo nada”, “el anterior lo entendí, este ya no sé nada”. Nótese que si bien el objetivo de la ficha es “reconocer cuándo una relación es de proporcionalidad directa e identificar la constante de proporcionalidad”, el campo numérico que estamos usando puede desvirtuar nuestro objetivo de aprendizaje. Si ese fuese el caso, les recomendamos saltar a la actividad 4 y volver a focalizar en la noción de proporcionalidad directa como objetivo fundamental, teniendo sumamente presente que deberán volver a trabajar de forma profunda el campo numérico de los racionales en expresión fraccionaria.

De todos modos, se recomienda retomar el enunciado y agregar una pregunta constructiva de la unidad para acompañar el proceso de completitud de la tabla: “Con $\frac{1}{2}$ kilo de dulce de leche se pueden rellenar y decorar dos tortas de chocolate, ¿cuánto se necesita para decorar una torta?”. La intención de esta pregunta constructiva es que el estudiantado tenga su unidad de medida para continuar completando la tabla de valores y, literalmente, pueda imaginarse $\frac{1}{4}$ de kilo de dulce de leche para rellenar y decorar una torta.

2. … Completen la siguiente tabla con los datos que faltan:

Cantidad de tortas	2	8	14	20	25	32	40
Cantidad de dulce de leche (kg)	$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$	$\frac{4}{2}=\frac{8}{4}$	$\frac{14}{4}$	$\frac{20}{4}$	$\frac{25}{4}$	$8=\frac{32}{4}$	$10=\frac{40}{4}$

En este caso podemos usar la regla de tres simple o la reducción a la unidad como estrategias (revisadas en la actividad anterior). O bien, también, aunque pareciera un "retroceso", lo cual será considerado como un repaso hacia lo pictórico para construir lo abstracto, podemos realizar dibujos y reparticiones:



Si sabemos que $\frac{1}{2}$ kilo de dulce de leche se usa para 2 tortas, entonces, sabemos que:

- $\frac{1}{4}$ de dulce de leche se usa para 1 torta y que,
- 1 kilo se usa para 4 tortas.

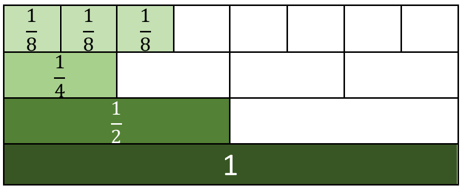
Con estas dos afirmaciones, podríamos completar la tabla usando la cantidad de kilos de dulce de leche o la cantidad de tortas como unidad. Por ejemplo, para el caso de 8 tortas, si sé que para 4 tortas se usa 1 kilo, entonces, para el doble de cantidad de tortas, usaré el doble de cantidad de dulce de leche, es decir, 2 kilos.

a. ¿Cuántas tortas se pueden rellenar y decorar con $\frac{14}{4}$ kilos de dulce de leche? ¿Alcanzan 1 kilo y $\frac{3}{8}$ de dulce de leche para 6 tortas? ¿Por qué?

Si bien la pregunta ya estaría respondida en el inciso anterior cuando se completa la tabla, se entiende que la re-pregunta busca acercar este dato para que sea la herramienta con la cual abordar la siguiente pregunta (si 1 kilo y $\frac{3}{8}$ de dulce de leche alcanza para 6 tortas).

Sabemos que para 1 torta se usa $\frac{1}{4}$ de kilo de dulce de leche, que es la mitad de $\frac{1}{2}$. Entonces, con $\frac{14}{4}$ kilos de dulce de leche, podré decorar 14 tortas.

Para la siguiente pregunta, sobre 1 kilo y $\frac{3}{8}$ de dulce de leche, conviene empezar por el entero: 1 kilo. Sabemos que 1 kilo se usa para 4 tortas. Ahora bien, $\frac{3}{8}$ de kilo de dulce de leche, ¿para cuántas tortas alcanza? En este caso, lo importante estará en trabajar con las fracciones equivalentes y puede acompañarse de preguntas del tipo: ¿cuánto es la mitad de $\frac{1}{2}$?, ¿cuánto es la mitad de $\frac{1}{4}$? Una representación como la que sigue puede contribuir al entendimiento de las comparaciones en donde la unidad es siempre la misma.



Ahora sí, podemos preguntar, ¿cuántas tortas se podrán rellenar y decorar con $\frac{3}{8}$? Con la representación de arriba podemos observar que alcanza para una torta más, es decir, 4 + 1, por lo cual, no podremos rellenar y decorar 6 tortas porque nos faltaría $\frac{1}{8}$ de kilo de dulce de leche.

Otra estrategia a emplear, sería determinar la cantidad de dulce de leche que se requiere para decorar y rellenar 6 tortas y después comparar la cantidad obtenida con 1 kilo y $\frac{3}{8}$.

Es decir, si se obtuvo como valor unitario $\frac{1}{4}$, para 6 tortas se requieren $\frac{6}{4}$ de dulce de leche o $\frac{12}{8}$ si consideramos la equivalencia. Por su parte 1kg son $\frac{8}{8}$ más $\frac{3}{8}$ son $\frac{11}{8}$, lo cual es una cantidad menor de la necesaria.

b. ¿Cómo determinan la cantidad de dulce de leche para 25 tortas? ¿Qué columnas de la tabla les sirven para completarla? ¿Por qué?

La intención de esta pregunta es evidenciar que hay estrategias que a veces nos son funcionales y a veces, no. Por ello, es importante contar con diversas estrategias para afrontar un mismo problema. En este caso, a diferencia de lo que hemos visto en la actividad número 1, no pueden realizarse duplos o mitades de algunos de los datos dados para encontrar el valor de las 25 tortas.

c. Y, para determinar la cantidad de tortas para 10 kg de dulce de leche, ¿qué datos de la tabla pueden considerar?

En este caso, sí sería oportuno usar la mitad de la cantidad de dulce de leche que se usará para 20 tortas (razonamiento inter), o bien, la suma de lo que se usará para 2 y para 8 tortas (razonamiento aditivo compuesto).

Cantidad de tortas	2	8	10	20
Cantidad de dulce de leche (kg)	$\frac{2}{4}$	$\frac{8}{4}$	$\frac{2}{4}+\frac{8}{4}=\frac{10}{4}=2{,}5$ ó $5 \div 2 = 2{,}5$	$\frac{20}{4}=5$

ACTIVIDAD 3

3. Caro dice que para completar la tabla de la consigna anterior observó que la cantidad de dulce de leche que se necesita es siempre la cuarta parte de la cantidad de tortas que se pueden producir: ¿Es correcta su afirmación? ¿Por qué?

Intencionalidades

En dado caso de que para resolver la actividad anterior no hubiera surgido el valor unitario, se realiza esta pregunta con el fin de retomarlo. La respuesta es correcta, se necesita siempre la cuarta parte de dulce de leche respecto a la cantidad de tortas y algunos argumentos pueden encontrarse en la actividad 2.

ACTIVIDAD 4

4. La membrana líquida es un producto que se aplica en los techos de las viviendas y se utiliza para proteger los interiores de las casas de la humedad. Una ferretería vende una membrana con la siguiente publicidad: "Lleve membrana *La Favorita*, 20 litros rinden 60 m^2".

a. Completen la siguiente tabla teniendo en cuenta el rendimiento de la membrana:

Cantidad de producto (litros)	20	10	40	90		
Superficie que cubre (m^2)					50	100

b. Para completar la tabla anterior, Ana multiplicó los valores de la primera fila por tres: ¿Es correcto su procedimiento? Justifiquen.

c. Para completar las últimas dos columnas de la tabla, ¿sería correcto multiplicar los datos en ellas disponibles también por tres? ¿Por qué?

d. ¿Cuántos metros cuadrados se pueden cubrir con 45 litros de esa membrana?

Intencionalidades

Al igual que la actividad 1, en la tabla se presentan los valores de manera desordenada y, al igual que la actividad 2, se trabaja con valores racionales. Por tanto, en esta actividad, se trabaja con distinto campo numérico y distinta presentación de la tabla numérica.

a. Completen la siguiente tabla teniendo en cuenta el rendimiento de la membrana:

Cantidad de producto (litros)	20	10	40	90	16,66	33,33
Superficie que cubre (m^2)	60	30	120	270	50	100

b. Para completar la tabla anterior, Ana multiplicó los valores de la primera fila por tres: ¿es correcto su procedimiento? Justifiquen.

Esta es la primera actividad en donde se pide explícitamente, que justifiquen la respuesta (anteriormente se había preguntado el porqué de la respuesta brindada, pero no la justificación).

La justificación del procedimiento realizado por Ana es el hallazgo de la relación entre la cantidad de litros del producto y la cantidad de superficie que cubre, es decir, dada la cantidad de producto en litros (20), una persona puede cubrir el triple de superficie en m2 ($20 * 3 = 60$). Respecto a los razonamientos que hemos estado enunciando, este sería un razonamiento multiplicativo obtenido a partir de encontrar la constante de proporcionalidad dado el dato del enunciado: “Lleve membrana La Favorita, 20 litros rinden 60 m2”.

Cantidad de producto (litros)	20	10	40	90
Superficie que cubre (m^2)	20 * 3 = 60	10 * 3 = 30	40 * 3 = 120	90 * 3 = 270

c. Para completar las últimas dos columnas de la tabla, ¿sería correcto multiplicar los datos en ellas disponibles también por tres? ¿Por qué?

Esta pregunta ya no es de carácter procedimental, sino que busca un proceso argumentativo donde valide un posible procedimiento.

Cantidad de producto (litros)	20	10	40	90		
Superficie que cubre (m^2)	20 * 3 = 60	10 * 3 = 30	40 * 3 = 120	90 * 3 = 270	50	100

Si analizamos el procedimiento propuesto en el inciso b, a la cantidad de producto lo multiplicamos por 3 para obtener la cantidad de metros cuadrados cubiertos ya que, como dijimos en el inciso a “dada la cantidad de producto en litros (20), una persona puede cubrir **el triple** de superficie en m^2 ($20 * 3 = 60$)”. Sin embargo, si nos dan la cantidad de metros cuadrados de superficie cubiertos como es el caso de las últimas dos columnas, no tendría sentido multiplicar por 3 esos valores. Nótese que no es únicamente analizar la operación (multiplicación o división) que se pone en juego, sino el resultado que se obtiene de dicha operación.

Por el contrario, si tenemos el dato de la cantidad de metros cuadrados que se podrán cubrir y sabiendo que “dada la cantidad de producto en litros (20), una persona puede cubrir **el triple** de superficie en m^2”, se puede inferir que la cantidad de producto que se necesita es la tercera parte de la cantidad de metros cuadrados que se necesita cubrir:

$$50 \div 3 = 16{,}66$$
$$100 \div 3 = 33{,}33$$

En esta actividad, el estudiantado podría comenzar a realizar expresiones algebraicas sobre lo que se está relacionando, usando literales, en este caso, como incógnita:

$$3 * p = 50, \text{ donde } p \text{ es la cantidad de producto en litros}$$

d. ¿Cuántos metros cuadrados se pueden cubrir con 45 litros de esa membrana?

Se pregunta por un valor que no aparece explícitamente en la tabla. Este tipo de preguntas está asociado al de cuarto valor faltante por su estructura prototípica: sabemos dos valores de las variables que se relacionan, damos un tercero y preguntamos por un cuarto desconocido. Suelen asociarse, de manera directa con la regla de tres simple, o bien, buscar relaciones con los datos brindados en la tabla numérica. En este caso, contamos desde la pregunta 1.b con el valor de la constante de proporcionalidad, por lo cual, podremos obtenerlo usándola: 45 * 3 = 135, dando como respuesta que se pueden cubrir 135 metros cuadrados.

En el caso de que el estudiantado haya construido la expresión algebraica, podría reemplazar el valor de p por 45 y obtener el valor de metros cuadrados a cubrir.

$$3 * p = 3 * 45 = 135$$

ACTIVIDAD 5

5. En un vivero, colocan los plantines de albahaca en cajones del mismo tamaño. Observen la tabla y, luego, respondan las preguntas:

Cajones	5		50
Plantines	40	56	

a. ¿Cuál de los siguientes cálculos permite completar el recuadro vacío de la primera fila?

5 x 56 56 : 8 40 + 56 5 + 40

b. ¿Cuál de los siguientes cálculos permite completar el recuadro vacío de la segunda fila?

5 + 50 50 x 8 50 : 5 40 – 5

Intencionalidades

En este caso, se dan opciones de procedimientos para que el estudiantado reflexione sobre su pertinencia o no. Es una tarea distinta a la de resolver, pues deben interpretar las maneras de analizar el problema que otras personas pusieron en juego. Un proceso de reversibilidad que es de una complejidad mayor a la de proponerse resolver mediante sus propios medios. En particular, se pone de manifiesto la significación o no de las operaciones que pueden realizarse al trabajar con valores dados: ¿qué significa dividir cantidad de cajones entre sí?, ¿tiene algún sentido sustraer la cantidad de plantines a la cantidad de cajones? Dar sentido a las operaciones y sus resultados es una manera óptima de validar los procedimientos de manera autónoma: más allá del valor que me dio como resultado, ¿qué significado tiene ese valor?

a. ¿Cuál de los siguientes cálculos permite completar el recuadro vacío de la primera fila?

Cajones	5		50
Plantines	40	56	

i. 5x56 ii. 56:8 iii. 40+56 iv. 5+40

La propuesta **i. 5 x 56** podría ser considerada si se comenzara a aplicar la regla de tres simple, sin embargo, no es completa. El producto de esa multiplicación carece de significado: 5 cajones x 56 plantines.

Respuesta matemáticamente correcta: La propuesta **ii. 56:8** debe descomponerse para entender cuál es su significado. Justo en la actividad anterior trabajamos con las diferencias de trabajar con multiplicación o división según sea el caso de los datos que me estuvieran planteando. En este caso, el dato conocido es que por cada 5 cajones habrá colocados 40 plantines; por tanto, podríamos asegurar que por cada cajón hay 8 plantines. Este análisis puede surgir de:

40 plantines : 5 cajones = 8 plantines por cajón,
o bien, 5 cajones * 8 plantines por cada cajón = 40 plantines.

De ahí, que un planteamiento pueda ser: 56 plantines : 8 plantines por cajón = **7 cajones.**

La propuesta **iii. 40+56** indica la adición de cantidades de plantines para 5 y para 7 cajones, respectivamente, por lo cual, dicha adición da como resultado la cantidad de plantines para 12 cajones; sin embargo, este dato no es el solicitado.

La propuesta **iv. 5+40** carece de significado, pues está sumando la cantidad de cajones y la cantidad de plantines.

b. ¿Cuál de los siguientes cálculos permite completar el recuadro vacío de la segunda fila?

Cajones	5		50
Plantines	40	56	

i. 5 + 50 ii. 50x8 iii. 50:5 iv. 40-5

La propuesta **i. 5+50** plantea la suma de la cantidad de cajones, cuyo resultado es 55 cajones, sin embargo, la segunda fila solicita la cantidad de plantines para 50 cajones, por tanto, no refiere a lo solicitado.

Respuesta matemáticamente correcta: La propuesta **ii. 50x8**, al igual que en el caso anterior, debe descomponerse para entender cuál es su significado. Hemos visto en el inciso a que el dato conocido es que por cada 5 cajones habrá colocados 40 plantines; por tanto, podríamos asegurar que por cada cajón hay 8 plantines. Este análisis puede surgir de:

40 plantines : 5 cajones = 8 plantines por cajón,
o bien, 5 cajones * 8 plantines por cada cajón = 40 plantines

De ahí, que un planteamiento pueda ser: 50 cajones x 8 plantines por cajón = **400 plantines**

La propuesta **iii. 50:5** indica la división entre cantidad de cajones, lo cual no brinda ningún dato sobre los plantines que es lo que se busca.

La propuesta **iv. 40-5** carece de significado, pues está sustrayendo una cantidad de cajones a una cantidad de plantines.

ACTIVIDAD 6

6. Para preparar 3 litros de jugo de mandarina se necesitan 2 litros de agua y 1 litro de jugo concentrado:

Agua (litros)	1	2	3	4	5
Jugo concentrado (litros)		1			

a. Completen la tabla con los datos que faltan.
b. Si necesitamos preparar 10 litros de jugo, ¿cuántos litros de jugo concentrado necesitaremos?
c. Si contamos con 3 litros de jugo concentrado, ¿cuántos litros de agua necesitaremos?
d. ¿Hay una relación de proporcionalidad directa entre las dos variables de la tabla? Expliquen por qué. De haber relación, ¿cuál es la constante de proporcionalidad?
e. En una frase, expresen cómo hallarían la cantidad de litros de jugo concentrado una vez conocida la cantidad de litros de agua.
f. Llamen "x" a la cantidad de litros de agua, e "y" a la cantidad de litros de jugo concentrado, y expresen la frase anterior por medio de una fórmula.

a. Completen la tabla con los datos que faltan.

Agua (litros)	1	2	3	4	5
Jugo concentrado (litros)	0,5	1	1,5	2	2,5

En este caso, dado que se da el dato de 2 litros de agua para 1 litro de jugo concentrado, puede establecerse el valor unitario pedido en la tabla y con base en ese, completar los datos faltantes.

Estrategia 1: razonamiento aditivo simple

La mitad de 2 es 1, la mitad de 1 es 0,5. De allí, se sabe que a medida que va aumentando en una unidad el valor del dominio, aumentará en el valor de la constante de proporcionalidad, el valor de la imagen (razonamiento aditivo simple). En otras palabras, basta con aumentar la cantidad de la constante de proporcionalidad (el mismo que corresponde al valor unitario) a medida que va aumentando en uno la cantidad de litros de agua.

+1 +1 +1 +1

Agua (litros)	1	2	3	4	5
Jugo concentrado (litros)	0,5	1	1,5	2	2,5

+0,5 +0,5 +0,5 +0,5

Estrategia 2: razonamiento multiplicativo

Una vez encontrado el valor de la constante de proporcionalidad, en este caso 0,5, basta con multiplicar cada valor por 0,5.

Agua (litros)	1	2	3	4	5
Jugo concentrado (litros)	0,5	1	1,5 ×0,5	2 ×0,5	2,5 ×0,5

Estrategia 3: construcción de una expresión algebraica

Una vez encontrado el valor de la constante de proporcionalidad, en este caso 0,5, se puede construir la expresión:

$$0{,}5 \, * \, a \, = \, c$$

donde a es la cantidad de litros de agua y c es la cantidad de litros de jugo concentrado.

b. Si necesitamos preparar 10 litros de jugo, ¿cuántos litros de jugo concentrado necesitaremos?

Con base en los datos que brinda la tabla para los 5 litros de agua, se obtiene el doble de litros de jugo concentrado, es decir, para 10 litros de agua corresponden 5 litros de jugo concentrado.

x 2

Agua (litros)	5	10
Jugo concentrado (litros)	2,5	5

x 2

O bien, se puede usar la expresión: $0{,}5 \, * \, a \, = \, c$, donde $a = 10$, entonces, $0{,}5 * 10 = 5$

c. Si contamos con 3 litros de jugo concentrado, ¿cuántos litros de agua necesitaremos?

En este caso se puede usar la expresión $0{,}5 \, * \, a \, = \, c$, donde $c = 3$, entonces, $a = \frac{3}{0{,}5} = 6$; o bien, se puede continuar completando la tabla propuesta donde se encontrará que para 6 litros de agua corresponden 3 litros de jugo concentrado.

d. ¿Hay una relación de proporcionalidad directa entre las variables de la tabla? Expliquen por qué. De haber relación, ¿cuál es la constante de proporcionalidad?

Sí, hay una relación de proporcionalidad directa. Porque al doble de la cantidad de litros de agua le corresponde el doble de la cantidad de jugo concentrado, o bien, se puede obtener el valor de la cantidad de litros de jugo concentrado multiplicando la cantidad de litros de agua por 0,5 que, en este caso, sería la constante de proporcionalidad.

e. En una frase, expresen cómo hallarían la cantidad de litros de jugo concentrado una vez conocida la cantidad de litros de agua.

Si hasta el momento no hubiera surgido la estrategia 3, es decir, la relación $0{,}5 * a = c$, esta pregunta es la que enfocará la discusión hacia su construcción.

f. Llamen "x" a la cantidad de litros de agua, e "y" a la cantidad de litros de jugo concentrado, y expresen la frase anterior por medio de una fórmula.

En este caso, lo que se pretenderá es darle introducción a la notación de las relaciones funcionales con literales x, y. Por tanto, lo que anteriormente se había expresado como:

$$0{,}5 * a = c$$

Quedará expresado como:

$$0{,}5 * x = y$$

ACTIVIDAD 7

¿Cuáles de las siguientes relaciones creen que son de proporcionalidad directa? Expliquen su respuesta, si les parece que sí, calculen la constante de proporcionalidad.

Intencionalidades

Se plantean los enunciados con la intención de que el estudiantado reconozca como el contexto de una situación puede definir si una relación es de proporcionalidad o no, es importante que se distinga que una relación no solo es de proporcionalidad debido a que si una de las magnitudes crece la otra también debe crecer, si no que al doble de una cantidad le corresponde el doble de la otra, al triple el triple y así sucesivamente.

a. La relación entre el peso de las personas y su estatura.

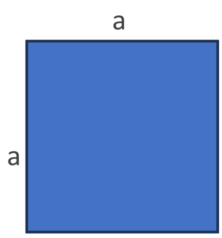
La relación no corresponde a proporcionalidad directa, debido que, aunque comúnmente una persona más alta tiende a pesar más, este crecimiento no es proporcional, es más, existen situaciones en las que una persona más alta no necesariamente pesa más, tomemos como ejemplo, dos deportistas que se desempeñen en dos disciplinas diferentes, muy probablemente un boxeador tendrá más peso que un tenista debido a que sus disciplinas son diferentes, el boxeador aunque tenga menor estatura, tendrá más peso debido a su musculatura más desarrollada, en cambio en el tenis es necesario tener una mayor agilidad, lo que se logra con un peso menor.

b. La relación entre el área de un cuadrado y la longitud de su lado.

Nuevamente se proporcionan dos magnitudes que no se relacionan de manera proporcional, esto se explica debido a que la longitud de un lado corresponde a una magnitud unidimensional, por contraparte, el área corresponde a una dimensión bidimensional, por lo tanto, si la longitud crece en una constante k, el área crecerá lo correspondiente al cuadrado de k, por lo que no se no se trata de una relación proporcional.

c. La relación entre el perímetro de un cuadrado y la longitud de su lado.

En este caso, a diferencia del anterior, las magnitudes longitud de un lado y perímetro de un cuadrado son proporcionales debido a que la longitud de un lado de un polígono y el perímetro de dicho polígono son unidimensionales, para el caso de un cuadrado, el perímetro corresponde a exactamente 4 veces la longitud de uno de los lados.



Longitud de cada lado: a

Longitud del perímetro: $4a$

Entonces, sin importar por qué constante se multiplique el lado a, el perímetro siempre será 4 veces mayor, por lo que la constante de proporcionalidad es 4.

d. La relación entre la edad y el peso de una persona.

No corresponde a una relación proporcional, debido a que, por ejemplo, si un niño a sus 3 años pesa 15 kilos, no implica que necesariamente a los 6 años vaya a pesar 30 kilos, esto es más visible con valores más elevado, ya que, cuando cumpla 50 años no necesariamente debe alcanzar 250 kilos, de hecho, es muy poco probable.

e. La relación entre la cantidad de autos y las personas que viajan en los mismos.

Nuevamente no corresponde a una relación proporcional, existen muchos factores que influyen en la cantidad de personas que viajan en un auto, por ejemplo, el tamaño del auto, además, no necesariamente un auto debe ir con su capacidad de pasajeros completa, por lo que no se puede asumir una relación proporcional.

f. La relación entre la cantidad de libros y el precio.

Finalmente, tampoco corresponde a una relación proporcional, debido a que libros de diferentes contenidos, tamaños, empastes, cantidad de páginas tienen precios muy diferentes, por lo que al hablar solo de la cantidad de libros y el precio no podemos referirnos a una relación proporcional.

Intencionalidades

La actividad se plantea para que el estudiante reconozca que, en magnitudes que en principio se relacionan de manera proporcional como el precio de un producto, puede cambiar si se realiza un ajuste en solo ciertos elementos de la relación y no en todos, eliminando la constante de proporcionalidad.

Para profundizar:

En el supermercado del barrio hicieron el siguiente anuncio:

"Llevás 3, pagás 2"

Enzo quiere comprar agua mineral. Cada botella de 2 litros cuesta $322.

a. Si quiere llevar 4 unidades de un mismo producto, ¿Cuánto debe pagar? ¿Y si quiere llevar 6 unidades?

Notemos que la oferta solo se completa cuando se pretende llevar múltiplos de 3 unidades, por lo tanto, si queremos comprar cualquier múltiplo de 3 unidades de agua mineral, el precio de cada una de las botellas correspondería a $\frac{2}{3}$ del precio original, esto no será así para la cuarta botella que compremos, por la que se debe pagar precio completo.

Así, al comprar 3 botellas:

$$322 \cdot 3\ (botellas) \cdot \frac{2}{3}\ (del\ precio\ original) = 644$$

Así, se pagarán $644 por 3 botellas de agua, exactamente lo mismo que lo pagado por 2 botellas.

Para comprar 4 botellas:

$$322 \cdot 2\ (correspondiente\ a\ 3\ botellas) + 322\ (por\ una\ botella) = 966$$

Por lo tanto, se pagan $966 botellas por 4 botellas.

Por otra parte, para comprar 6 botellas, podemos ver que se completa la oferta, debido a que se trata de un múltiplo de 3, esto quiere decir que no se debe pagar precio completo por ninguna botella y solo se debe pagar $\frac{2}{3}$ del precio original por botella.

$$322 \cdot 6\ (botellas) \cdot \frac{2}{3}\ (del\ precio\ original) = 1.288$$

Así, se pagan $1.288 para comprar 6 botellas.

O bien, se calcula la cantidad que se pagan por 2 y 3 botellas que es:

$$322 \cdot 2 = 644$$

Si se compran 6 botellas, se pagará el doble de lo que se paga por las botellas:

$$2 \cdot 644 = 1288$$

b. Completen la siguiente tabla:

Cantidad de botellas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Precio	322	644	644	966	1.288	1.288	1.610	1.932	1.932	2.254

Para calcular los valores de la tabla, debemos ver que, para comprar 1 o 2 botellas, debemos pagar el precio completo de la botella, sin embargo, al llegar a 3 botellas se completa la oferta, por lo que se pagarán $\frac{2}{3}$ del precio completo de la botella, así:

Para 1 botella:

$$Precio\ de\ 1\ botella = 1 \cdot 322 = 322$$

Para 2 botellas:

$$Precio\ de\ 2\ botellas = 2 \cdot 322 = 644$$

Por otra parte, para 3 botellas calculamos $\frac{2}{3}$ del precio total:

$$Precio\ de\ 3\ botella = 3 \cdot \left(322 \cdot \frac{2}{3}\right) = 644$$

Así completamos los 3 primeros elementos del cuadro, para completar los precios correspondientes a 4, 5 y 6 botellas, al precio de 6 botellas le sumaremos el precio de 1, 2 y 3 botellas respectivamente, así:

Para 4 botellas:

$$Precio\ de\ 4\ botellas = Precio\ de\ 1\ botella + Precio\ de\ 3\ botellas = 322 + 644$$
$$= 966$$

Notemos que no podemos calcular el precio de 4 botellas mediante multiplicar el precio de 2 botellas por 2, debido a que se pagaría el precio completo por las 4 botellas, aún cuando se completó la oferta establecida.

Para 5 botellas:

$$Precio\ de\ 5\ botellas = Precio\ de\ 2\ botellas + Precio\ de\ 3\ botellas = 644 + 644$$
$$= 1.288$$

Por otra parte, para calcular el precio de 6 botellas, podemos sumar 2 veces el precio de 3 botellas, o lo que es lo mismo, multiplicar el precio de 3 botellas por 2.

Para 6 botellas:

$$Precio\ de\ 6\ botellas = Precio\ de\ 3\ botellas + Precio\ de\ 3\ botellas = 644 + 644$$

$$= 1.288$$

Usando estas estrategias se puede completar el cuadro.

c. La relación entre cantidad de botellas y precio, ¿es de proporcionalidad directa? ¿por qué?

La relación no es de proporcionalidad directa, debido a que, para ser de proporcionalidad directa, el resultado de la división entre el precio pagado y la cantidad de botellas compradas se debe mantener constante (constante de proporcionalidad), esto no ocurre, y es fácilmente visible al comparar los precios de 2 botellas y 3 botellas, es claro que el precio pagado por botella al comprar 2 es mayor que al comprar 3, por lo que no se puede hablar de proporcionalidad directa.

Si el cliente pudiera solo adquirir las botellas en paquetes de 3, se tendría un caso de proporcionalidad directa:

d.

Cantidad de botellas	3	6	9	12	15
Precio	644	1288	1934	2576	3220