

Actividades resueltas

Estudiar y Aprender, 6.º grado, Nivel Primario

Proporcionalidad: datos y relaciones

Intencionalidad de la sección

Que las y los estudiantes determinen la mejor estrategia para completar tablas de valores que representan la relación de dos magnitudes que se relacionan de manera proporcional. Entre dichas estrategias se aprecian de manera regular los razonamientos aditivo compuesto, multiplicativo e inter. En particular, la representación tabular permite visibilizar varios razonamientos en simultáneo. Recomendamos revisar la guía docente sobre Proporcionalidad directa de la Colección **Matemática en Red (2024)**, de la cual este material forma parte.

Actividad 1

1. En un kiosco compran gomitas y luego las empaquetan de a 70. Para calcular rápidamente cuántas gomitas es necesario tener al armar paquetes, hicieron la siguiente tabla: Completala.

Paquetes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Gomitas											

Intencionalidad de la actividad

Dado que se entrega el valor de la unidad, una estrategia inmediata es el razonamiento multiplicativo, sin embargo, también podrá ponerse en juego el razonamiento aditivo compuesto.

Inciso a)

Estrategia 1

Dado que en el enunciado se indica que se arman paquetes de a 70 gomitas, a 1 paquete le corresponden 70 gomitas (valor unitario).

Con el dato anterior, y ya que es una relación proporcional, podemos resolver el ejercicio poniendo en juego el razonamiento multiplicativo, pues tenemos el valor unitario. De allí, tenemos que:

Gomitas para 2 paquetes: $70 \cdot 2 = 140$

Gomitas para 3 paquetes: $70 \cdot 3 = 210$

Gomitas para 4 paquetes: $70 \cdot 4 = 280$

Gomitas para 5 paquetes: $70 \cdot 5 = 350$

De igual forma calculamos las gomitas necesarias para los paquetes restantes, con lo que la tabla queda así:

Paquetes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Gomitas	70	$\frac{70 \times 2}{140}$	$\frac{70 \times 3}{210}$	$\frac{70 \times 4}{280}$	350	420	490	560	630	700	770

Estrategia 2

Comenzamos de la misma manera que en el caso anterior: el valor unitario es que para 1 paquete se tienen 70 gomitas. Se están relacionando las magnitudes cantidad de paquetes con cantidad de gomitas, siendo el valor unitario el dato de “cantidad de gomitas por paquete”. Posteriormente, podríamos usar el razonamiento inter (entre magnitudes) que indica que al doble de la cantidad de paquetes, le corresponderá el doble de la cantidad de gomitas: 1 paquete, 70 gomitas; 2 paquetes, $70 \times 2 = 140$ gomitas.

Otro de los razonamientos que puede ponerse en juego es el razonamiento aditivo compuesto que enuncia que a la suma de dos valores de una de las magnitudes le corresponde la suma de los valores correspondientes de la otra magnitud. En este caso, podría decirse que a la suma de 1 paquete más 2 paquetes, es decir, tres paquetes, le corresponde la cantidad de 70 más 140 gomitas, es decir, 210 gomitas.

Paquetes	1	2	3
Gomitas	70	140	

Diagram illustrating the additive composition strategy. A table shows 1 package (70 candies) and 2 packages (140 candies). Above the table, a bracket spans from 1 to 2 with a '+' sign, and an arrow points down to the 3 package column. Below the table, a bracket spans from 1 to 2 with a '+' sign, and an arrow points up to the 3 package column.

Lo mismo podría ocurrir con el caso de 2 más 3 paquetes, es decir, 5 paquetes, le corresponde la cantidad de 140 más 210 gomitas, es decir, 350 gomitas.

Paquetes	1	2	3	4	5
Gomitas	70	140	210		

Diagram illustrating the additive composition strategy. A table shows 1 package (70 candies), 2 packages (140 candies), and 3 packages (210 candies). Above the table, a bracket spans from 2 to 3 with a '+' sign, and an arrow points down to the 5 package column. Below the table, a bracket spans from 2 to 3 with a '+' sign, and an arrow points up to the 5 package column.

Para el caso del uso del razonamiento inter (entre magnitudes), que refiere a que a la mitad, la cuarta parte o la tercera parte de una magnitud le corresponde la mitad, la cuarta parte o la tercera parte de la otra magnitud, podrían obtenerse los valores faltantes de la siguiente manera:

Paquetes	1	2	3	4	5	6
Gomitas	70	140				

Diagram illustrating the multiplicative reasoning strategy. A table shows 1 package (70 candies) and 2 packages (140 candies). Above the table, a bracket spans from 2 to 6 with 'x3' written above it, and an arrow points down to the 6 package column. Below the table, a bracket spans from 2 to 6 with 'x3' written below it, and an arrow points up to the 6 package column.

Por último, otra estrategia que podría usar un estudiante es el conocido como razonamiento aditivo simple, es decir, aquel que considera que a medida que se aumenta un paquete, entonces, se aumenta la cantidad de 70 gomitas.

		+1 ↓	+1 ↓	+1 ↓	+1 ↓						
Paquetes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Gomitas	70	140	210	280	350	420	490	560	630	700	770
		+70 ↑	+70 ↑	+70 ↑	+70 ↑						

Actividad 2

2. Resolvé las siguientes actividades en tu carpeta.
 - a. ¿Cómo averiguaste cuántas gomitas se necesitan para armar 7 paquetes? ¿Y para armar 8?
 - b. Usando los datos de la tabla, calculá cuántas gomitas habrá en 18 paquetes. Explicá cómo lo pensaste.
 - c. ¿Cuántos paquetes es posible armar si se tienen 1.330 gomitas?

Intencionalidad de la actividad

Se pretende que el estudiante integre diferentes razonamientos en la construcción de tablas, no limitándose a establecer la relación entre la unidad y el valor solicitado, si no que relacionando diferentes valores calculados con anterioridad.

Inciso a)

Estrategia 1

Si multiplicamos por 7 la cantidad correspondiente a 1 paquete, la cantidad de gomitas también debe multiplicarse por 7 (razonamiento multiplicativo), esto es:

Gomitas para 7 paquetes: $70 \cdot 7 = 490$

Así, se necesitan 490 gomitas para armar 7 paquetes.

Estrategia 2

Para la segunda estrategia, debemos pensar que 8 paquetes, corresponden al doble de 4, por que lo que si se calculó con anterioridad dicho valor, podemos nuevamente considerar que “al doble le toca el doble”, si se multiplicaron 4 paquetes por 2, entonces la cantidad de gomitas necesarias también deben multiplicarse por 2.

Gomitas necesarias para 4 paquetes: 280

Por lo tanto:

Gomitas necesarias para 8 paquetes: $280 \cdot 2 = 560$

Gomitas necesarias para 8 paquetes: 560

Lo anterior se conoce como razonamiento inter.

Inciso b)

De igual manera, calcular la cantidad de gomitas necesarias para armar 18 paquetes se puede hacer indistintamente mediante razonamiento multiplicativo o razonamiento inter.

Razonamiento multiplicativo: Si a la unidad (de gomitas) le corresponden 70 gomitas, para armar 18 paquetes, podemos multiplicar las 70 gomitas correspondientes a una unidad por 18:

Gomitas necesarias para 18 paquetes: 1870

Gomitas necesarias para 18 paquetes: 1.260

Razonamiento inter: De igual forma, si calculamos las gomitas mediante el doble de 9 paquetes tenemos:

Gomitas necesarias para 18 paquetes: 2 gomitas necesarias para 9 paquetes

Gomitas necesarias para 18 paquetes: 2630

Gomitas necesarias para 18 paquetes: 1.260

Inciso c)

Estrategia 1

Si para calcular la cantidad de gomitas necesarias sabiendo los paquetes disponibles recurrimos a la multiplicación, en el caso de saber la cantidad de gomitas necesarias podemos calcular la cantidad de paquetes posibles mediante la operación inversa, es decir:

Cantidad de paquetes es igual a la cantidad de gomitas disponibles dividido 70

Por lo tanto, la cantidad de paquetes que se pueden armar serán de la forma:

$$\text{Cantidad de paquetes: } \frac{1.330}{70}$$

Cantidad de paquetes: 19

Así, se pueden armar 19 paquetes si se dispone de 1.330 gomitas.

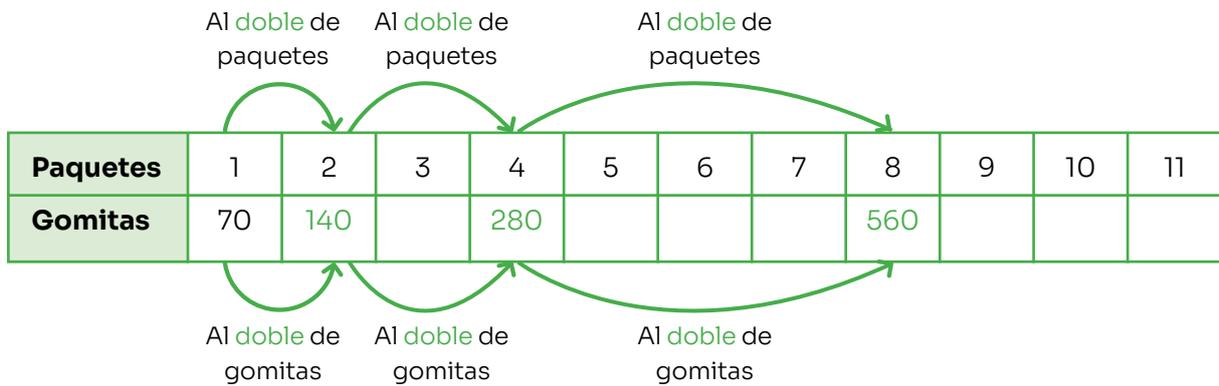
Actividad 3

3. Catalina faltó a la escuela y le pidió la tarea a Ramiro en el recreo. Él le mostró la siguiente tabla y le dijo que la había completado en orden, usando la tabla del 7. Primero, anotó la cantidad de gomitas que había en 2 paquetes, luego la que había en 3, y así sucesivamente.

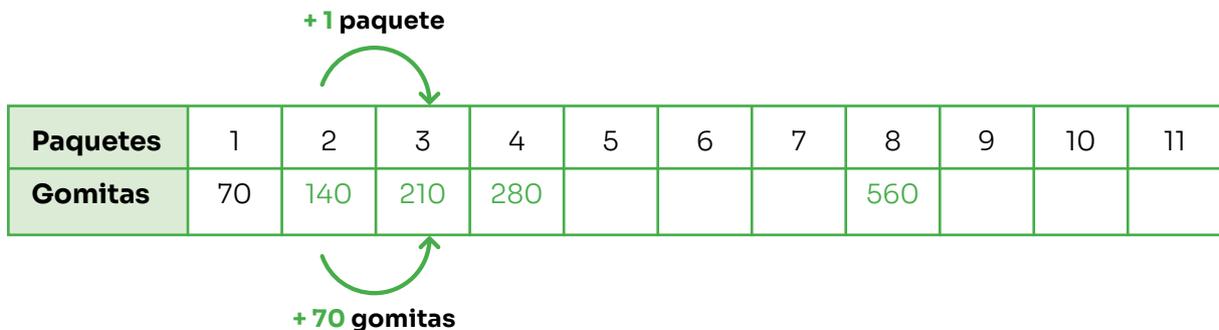
Paquetes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Gomitas	70	140	210	280	350	420	490	560	630	700	770



Catalina comenzó a completar su tabla, pero lo hizo de otra manera, buscando relaciones entre los datos. A partir de la información que tenía y de lo que iba completando, fue calculando primero los **dobles**.



Para los 3 paquetes, pensó en agregarle 70 al 140.



Intencionalidad de la actividad

Se pretende que el estudiante distinga entre los razonamientos utilizados por un tercero, lo que conlleva un proceso cognitivo de orden superior. En particular, en estos ejemplos se presentan los razonamientos multiplicado, inter y aditivo simple, según orden de aparición.

- a. Explicá por qué Catalina habrá sumado 1 arriba y 70 abajo.

Catalina razonó de manera aditiva simple, esto quiere decir que por cada aumento unitario en una de las magnitudes (la cantidad de paquetes aumenta en 1) en la otra aumentará la cantidad correspondiente a la unidad (se aumentan 70 gomitas).

b. Con los datos que averiguó, Catalina decidió calcular los triples. Completá en la tabla anterior aquellos triples que puedas, según los datos ya obtenidos por Catalina. Podés utilizar flechas o anotaciones para representar lo que pensaste.

Razonamiento inter, se plantean relaciones entre elementos del tipo “al triple le toca el triple”, es decir, al triple de paquetes para armar, le corresponden el triple de las gomitas necesarias:

*Al triple de 2 paquetes (6), le corresponderá el triple de 140 gomitas.

*Al triple de 3 paquetes (9), le corresponderá el triple de 210 gomitas.

			x3					x3			
Paquetes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Gomitas	70	140	210	280		420		560	630		
			x3					x3			

En este caso, se pone en juego el razonamiento aditivo compuesto, es decir, aquel que evidencia que a la suma de dos elementos de una de las magnitudes le corresponde la suma de sus respectivos elementos en la otra magnitud.

Por lo tanto, la cantidad de gomitas que se necesitan para armar 11 paquetes, se puede calcular mediante la suma de 2 y 9 paquetes, de 3 y 8 paquetes o de 4 y 7 paquetes. Podría ser interesante en el aula, trabajar con distintas maneras de obtener los 11 paquetes y verificar que en todos los casos, la cantidad de gomitas es la misma.

Paquetes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Gomitas	70	140	210	280		420	490	560	630		770

Es decir, la cantidad de gomitas necesarias para 11 paquetes es igual a la cantidad de gomitas necesarias para 3 paquetes más la cantidad de gomitas necesarias para 8 paquetes.

Gomitas necesarias para 11 paquetes: $210+560$

Gomitas necesarias para 11 paquetes: 770

d. Anotá en tu carpeta las estrategias que podría haber utilizado Catalina para completar la cantidad de gomitas que hay en 5 y en 10 paquetes. Tené en cuenta los datos que ya averiguó.

Existen al menos 4 estrategias para completar la tabla, estas estrategias se vieron en la resolución de los ejercicios anteriores:

Razonamiento aditivo simple: ir sumando la cantidad de 70 gomitas, a medida que aumentamos una unidad en la cantidad de paquetes.

Razonamiento aditivo compuesto: la suma de las gomitas necesarias para 2 y 3 paquetes para obtener el valor de los 5 paquetes, o bien, la suma de la cantidad de gomitas necesarias para 3 y 7, de 4 y 6 o de 2 y 8 paquetes, para obtener la cantidad de gomitas necesarias para 10 paquetes.

Razonamiento multiplicativo: se multiplica por 5 o por 10, la cantidad de gomitas que se necesitan para 1 paquete.

Razonamiento inter (para 10 paquetes): el doble de la cantidad necesaria para armar 5 paquetes.

Actividad 4

4. Javier trabaja en una fábrica de camisas. Se encarga de separar los botones que le corresponden a cada prenda. Para ir teniendo un control, se armó la siguiente tabla donde colocó los datos del último recuento.

Completá la tabla. Podés usar la última columna para anotar algún dato que te sirva averiguar.

Camisas	30			45	14	
Botones	360	720	180			

Intencionalidad de la actividad

Ya que no se informa el valor de la unidad, en principio se pretende que el estudiante resuelva la tabla propuesta mediante razonamiento inter, sin embargo, se verá necesitado de calcular esta constante de proporcionalidad eventualmente, por lo que será labor del estudiante distinguir entre el método de resolución más adecuado para el desarrollo de la tabla.

Estrategia 1

Se puede completar la tabla casi en su totalidad mediante razonamiento inter, notemos que 720 corresponde al doble de botones de 360 y que 180 corresponde a la mitad de botones de 360, por lo que las dos siguientes columnas corresponden al doble y a la mitad de 30 camisas respectivamente.

Camisas	30	60	15	45	14	
Botones	360	720	180			

Diagrama de relaciones:

- Una flecha horizontal superior muestra una relación de $\times 2$ entre 30 y 60.
- Una flecha horizontal superior muestra una relación de $\div 2$ entre 60 y 15.
- Una flecha horizontal inferior muestra una relación de $\times 2$ entre 360 y 720.
- Una flecha horizontal inferior muestra una relación de $\div 2$ entre 720 y 180.
- Una flecha vertical superior muestra una relación de $\div 2$ entre 720 y 180.
- Una flecha vertical inferior muestra una relación de $\times 2$ entre 180 y 720.

Ahora, para el caso de completar las 45 camisas, se tienen algunas opciones: se puede pensar en un razonamiento inter, también, partiendo de 15 camisas y calcular los botones correspondientes; o bien, puede considerarse un razonamiento aditivo compuesto que relacione a 30 y 15 camisas. De esta manera, se va haciendo evidente que sea cual fuera la estrategia utilizada, se obtendrá la misma cantidad de botones.

		+		x3		
Camisas	30	60	15	45	14	
Botones	360	720	180	540		
		+		x3		

Finalmente, para calcular la cantidad de botones correspondiente a 14 camisas, nos vemos en la necesidad de calcular el valor correspondiente a la unidad, esto lo haremos calculando el cociente entre la cantidad de botones y la cantidad de camisas correspondientes (ya que inicialmente solo se proporciona el valor de camisas correspondiente a 360 botones trabajaremos con dichos valores).

$$\text{Constante de proporcionalidad: } \frac{\text{Cantidad de botones}}{\text{Cantidad de camisas}} = \frac{360}{30} = 12$$

Por lo tanto, para una unidad de camisas se necesitan 12 botones en su confección.

A partir de acá, la tabla se puede completar en su totalidad mediante razonamiento multiplicativo, además, podemos completar la columna correspondiente a 14 camisas mediante la resta de una unidad a las 15 camisas y la resta correspondiente de la cantidad de botones:

Camisas	30	60	15	45	14	
Botones	360	720	180	540	168	

Por lo tanto, se necesitan 168 botones para confeccionar 14 camisas.

Actividad 5

5. Luego de completar la tabla anterior, escribí en tu carpeta, para cada cálculo, la información de la situación que te permite identificar. El primero está como ejemplo.

a. $30 \times 2 =$ Cantidad de camisas que se puede hacer con 720 botones (el doble de 360)

b. $30 : 2 =$

c. $360 + 180 =$

d. $180 \times 3 =$

e. $360 : 30 =$

f. $14 \times 12 =$

a. $30 \times 2 =$ Cantidad de camisas que se puede hacer con 720 botones (el doble de 360)
(Razonamiento inter)

b. $30 : 2 =$ Cantidad de camisas que se pueden hacer con 180 botones (la mitad de 360)
(Razonamiento inter)

c. $360 + 180 =$ Cantidad de botones necesarios para 45 camisas ($30 + 15$) (Razonamiento aditivo compuesto)

d. $180 \times 3 =$ Cantidad de botones necesarios para 45 botones (Razonamiento inter)

e. $360 : 30 =$ Calcular la constante de proporcionalidad

f. $14 \times 12 =$ Cantidad de botones necesarios para 14 camisas (Razonamiento multiplicativo)